

UNIVERSITATEA DIN BUCUREȘTI

Facultatea de Fizică

Școala Doctorală de Fizică

Dana Maria IOAN

Caracteristici cosmologice ale modelelor de
tip quintom pentru energia întunecată în
teorii de gravitație scalar-tensoriale

Teză de doctorat

Rezumat

Conducător științific
Prof. univ.dr. Virgil BĂRAN

București, 2023

Mulțumiri

Părinților și bunicilor mei

Pr Petru

Prof de fizică Florentina Scurtu

Prof de matematică Matei Boteanu

Prof de geografie Ungureanu Ion

Îndrumător prof. univ. dr Virgil Băran

Lect dr Mihai Marciu

Colegul meu drd Vlad Iancu

Cuprins

Introducere.....	4
1 Fundamentele cosmologiei.....	7
2 Materie întunecată și energie întunecată.....	9
3 Sisteme dinamice în cosmologie.....	11
4 Caracteristici dinamice ale unui model de energie întunecată quintom cu corecții de tip Galileon.....	18
5 Modele exotice.....	22
Concluzii.....	26
Bibliografie.....	29

Introducere

Observațiile astronomice recente au pus în evidență fenomene interesante în ceea ce privește structura și proprietățile Universului nostru. Astfel, s-a constatat că Universul este plat din punct de vedere spațial și că există de aproximativ 13 miliarde de ani. Materia obișnuită reprezintă mai puțin de 5% din Univers, restul fiind alcătuit din materie întunecată (aproximativ 27%) și energie întunecată (circa 68%).

Remarcabila descoperire a expansiunii accelerate a Universului din anul 1998 a condus la nevoia de a avea un model cosmologic consistent care să poată explica originea acestei accelerații.

O metodă eficientă pentru a descrie Universul nostru este cu ajutorul teoriei sistemelor dinamice. Aceasta permite utilizarea unor metode numerice și analitice care conduc la obținerea unor informații cantitative importante despre modelele studiate.

Această teză este structurată în 4 părți principale, astfel: în primul capitol, voi face o scurtă introducere în cosmologie, prezentând câteva dintre noțiunile importante, urmând apoi ca în capitolul al doilea să expun câteva observații experimentale care reprezintă dovezi importante care susțin prezența materiei întunecate, respectiv a energiei întunecate în Univers.

Al treilea capitol este dedicat modelelor cosmologice care încearcă să descrie expansiunea accelerată a Universului.

Ultimele două capitole sunt alcătuite din lucrări originale și descriu noi modele cosmologice, unul de tip quintom, un model în care folosim un cuplaj exotic între geometrie și materie, iar în ultimul model includem invariantul Gauss-Bonnet în cadrul unei teorii în care apare contracția tensorului moment-energie. Pentru toate modelele se propune o acțiune, urmând apoi să se deducă ecuațiile Friedmann. Utilizând analiza în spațiul fazelor, se vor descrie aspectele dinamice ale acestor modele.

Se constată că rezultatele obținute se potrivesc cu datele experimentale și, în concluzie, aceste modele pot fi utilizate pentru a explica fenomenul energiei întunecate și pentru a obține o mai bună înțelegere a Universului.

Capitolul 1

Fundamentele cosmologiei

Scopul cosmologiei este acela de a descrie începutul, evoluția și sfârșitul Universului și să ofere o înțelegere profundă a legilor naturii.

Observațiile astronomice au arătat ca Universul este omogen și izotrop la scală mare și se află în expansiune accelerată. Edwin Hubble a studiat stelele variabile numite cefeide și a constatat că Universul se află în expansiune.

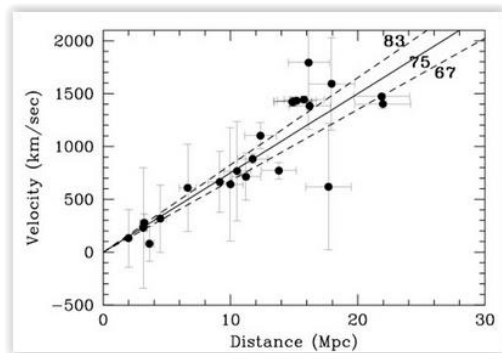


Figura 1: Diagrama alcătuită de Hubble pentru cefeide [1]

Pentru a respecta principiul cosmologic (Universul este omogen și izotrop), se utilizează metrica FRWL:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2]$$

Legătura dintre materie și geometrie este descrisă de ecuația lui Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Pentru a calcula ecuațiile Friedmann, cosmologii consideră că Universul se comportă ca un fluid perfect. De aceea, tensorul de materie se poate scrie astfel:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + pg_{\mu\nu}$$

Pentru ca energia sistemului să se conserve, este nevoie de următoarea condiție [2] :

$$\nabla_\mu T^\mu{}_0 = 0$$

Introducând expresia tensorului metric în ecuația lui Einstein se obțin ecuațiile Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa}{a^2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)$$

Capitolul 2

Materie întunecată și energie întunecată

Cea mai importantă dovadă care atestă prezența materiei întunecate în Univers reprezintă curbele de rotație ale galaxiilor. După cum se observă în imaginea de mai jos, se constată o discrepanță între curba prezisă teoretic și cea observată experimental. Acest lucru se poate explica considerând un halou de materie întunecată în jurul galaxiilor.

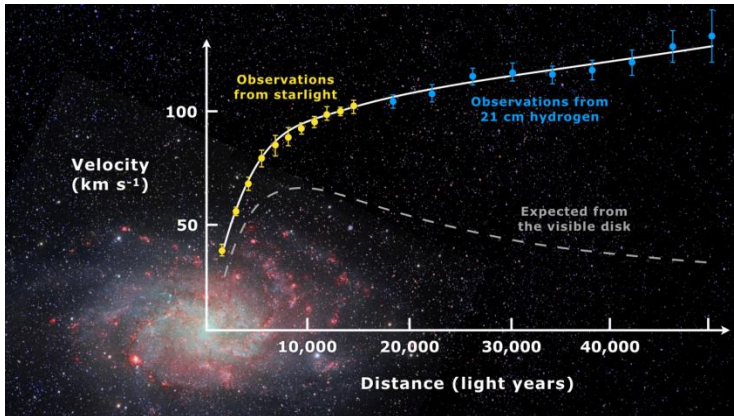


Figura 2: Viteza orbitală în funcție de distanța până la centrul galaxiei[3]

În anul 1998, două echipe independente[4]⁵ de cercetători au studiat supernovele de tip Ia și au

ajuns la aceeași concluzie: Universul se află în expansiune accelerată. Acest fapt a fost explicat prin prezența unei energii, numită energie întunecată, care se manifestă ca un fluid cu presiune negativă, generând o forță care se comportă ca o gravitație negativă.

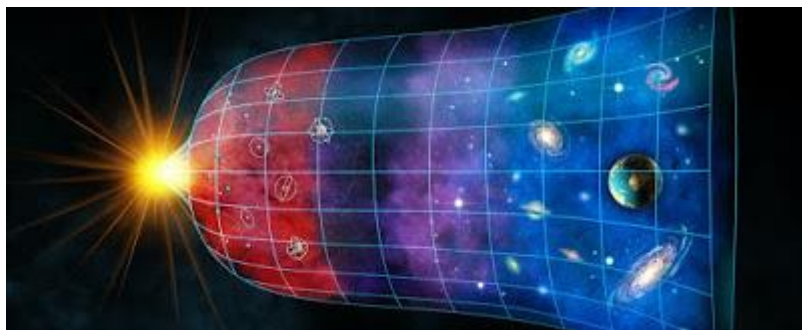


Figura 3: Expansiunea accelerată a Universului

Capitolul 3

Sisteme dinamice în cosmologie

3.1 Modelul Λ CDM

Fenomenul energiei întunecate se poate explica considerând o constantă cosmologică Λ , după cum este prezentat în modelul standard cosmologic, și anume modelul Λ CDM.

Pentru a studia caracteristicile dinamice ale acestui model, se folosește ecuația lui Einstein,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}$$

din care se deduc ecuațiile Friedmann:

$$3H^2 = \kappa^2 \rho + \Lambda$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\kappa^2 p + \Lambda$$

H reprezintă parametrul Hubble, iar a este factorul de scală.

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

Ecuația de stare pentru energia întunecată este următoarea:

$$p_{\Lambda} = -\rho_{\Lambda},$$

unde p_{Λ} reprezintă presiunea, iar ρ_{Λ} densitatea. Parametrul asociat ecuației de stare pentru energia întunecată este:

$$w_{\Lambda} = -1.$$

Se obține un sistem autonom de ecuații diferențiale:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_{matter} = 0$$

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_{radiation} = 0$$

Pentru a utiliza analiza în spațiul fazelor, se introduc următoarele variabile auxiliare:

$$x = \Omega_m = \frac{k^2 \rho_m}{3H^2}; \quad y = \Omega_r = \frac{k^2 \rho_r}{3H^2}; \quad \Omega_{\Lambda} = \frac{k^2 \rho_{\Lambda}}{3H^2}$$

$$\rho_{tot} = \rho_m + \rho_r + \rho_{\Lambda} = \frac{3H^2}{k^2}$$

Impunând condiția de energie pozitivă,

$$\rho_m > 0 \text{ and } \rho_r > 0$$

se obțin 3 puncte critice care corespund diverselor perioade de evoluție a Universului:

R->Perioadă dominată de radiație

M->Perioadă dominată de materie(prezent)

O->Perioadă dominată de energie întunecată

Point	x	y	w_{eff}	Eigenvalues	Stability
O	0	0	-1	$\{-4, -3\}$	Stable point
R	0	1	1/3	$\{1,4\}$	Unstable point
M	1	0	0	$\{-1,3\}$	Saddle point

Tabel 1: Puncte critice pentru Λ CDM

Se poate observa că Universul evoluează către o perioadă dominată de energie întunecată (O este atractor)

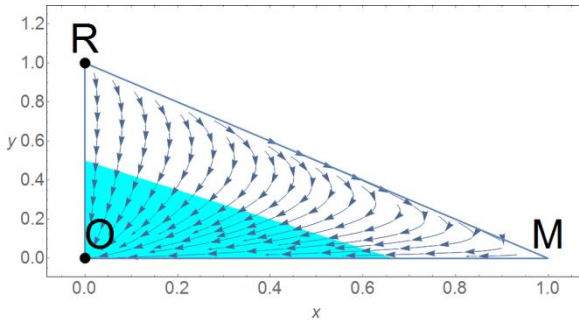


Figura 4: Λ CDM

3.2 Quintesență

Quintesența reprezintă un model alternativ, în care prin introducerea unui câmp scalar canonic se obține o forță gravitațională repulsivă. Acțiunea corespunzătoare acestui model este:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2k^2} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) + L_m \right)$$

ϕ reprezintă câmpul scalar quintesență. Punctele critice pentru acest model sunt reprezentate în tabelul de mai jos:

Point	x	y	w_{eff}	Stability
O	0	0	W	Saddle
A+	+1	0	1	Unstable if $\lambda \leq \sqrt{6}$ Saddle if $\lambda > \sqrt{6}$
A-	-1	0	1	Unstable if $\lambda \geq -\sqrt{6}$ Saddle if $\lambda < -\sqrt{6}$
B	$\frac{\sqrt{6}(1 + \dots)}{2\lambda}$	$\sqrt{\frac{3(1 - w^2)}{2\lambda^2}}$	W	Stable if $3(w + 1) < \lambda^2 < \frac{24(w+1)^2}{9w+7}$ Stable spiral if $\lambda^2 \geq \frac{24(w+1)^2}{9w+7}$
C	$\frac{\lambda}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{6}}$	$\frac{\lambda^2}{3} - 1$	Stable if $3(w + 1) > \lambda^2$ Saddle if $3(w + 1) \leq \lambda^2 < 6$

Tabel 2: Puncte critice quintesență

3.3 Câmpuri phantom

Pentru a obține pentru parametrul asociat ecuației de stare valori mai mici ca -1, se introduce un alt camp scalar, necanonic, numit phantom (σ).

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2k^2} + \frac{1}{2} \partial\sigma^2 - V(\sigma) + L_m \right)$$

Punctele critice obținute în cadrul acestui model sunt reprezentate în următorul tabel:

Point	x	y	w _{eff}	Accelerating	Stability
O	0	0	w	No	Saddle
C	$-\frac{\lambda}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{6}}$	$-\frac{1}{3}$ $-\frac{\lambda^2}{3}$	Yes	Stable

Tabel 3: Puncte critice phantom

3.4 Model quintom

Prin combinarea celor două modele, obținem modelul quintom.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2k^2} + -\frac{1}{2} \partial\phi^2 + \frac{1}{2} \partial\sigma^2 - V(\phi, \sigma) + L_m \right)$$

Acest model permite evoluția parametrului w de-a lungul liniei de demarcație $w = -1$.

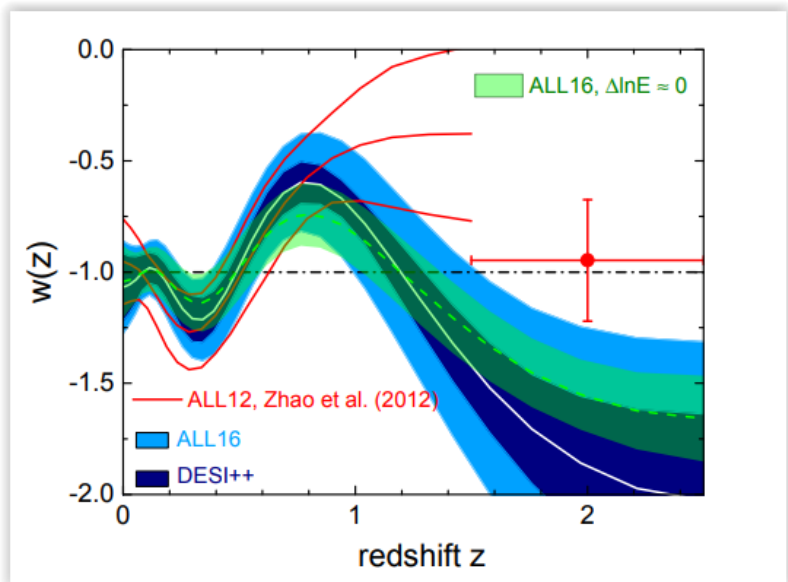


Figura 5: Evoluția parametrului de stare

4 Caracteristici dinamice ale unui model de energie întunecată quintom cu corecții de tip Galileon*

Am propus un nou model quintom, cu următoarea acțiune:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \nabla^\mu \sigma \nabla^\nu \sigma - \frac{\beta_1}{2} (\nabla \phi)^2 \square \phi - \frac{\beta_2}{2} (\nabla \sigma)^2 \square \sigma - V_1(\phi) - V_2(\sigma) \right] + S_m,$$

$$(\nabla \phi)^2 = g_{\mu\nu} \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi$$

$$V(\phi, \sigma) = V_1(\phi) + V_2(\sigma)$$

Folosind principiul variațional, se obțin ecuațiile Friedmann modificate:

$$H^2 = \frac{1}{3} \left(\rho_m + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 + V_1(\phi) + V_2(\sigma) - 3\beta_1 H \dot{\phi}^3 - 3\beta_2 H \dot{\sigma}^3 \right)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -p_m - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 + V_1(\phi) + V_2(\sigma) - \beta_1 \dot{\phi}^2 \ddot{\phi} - \beta_2 \dot{\sigma}^2 \ddot{\sigma}$$

* M. Marcu, D.M. Ioan, F.V. Iancu, " Dynamical features of a quintom dark energy model with Galileon corrections", International J. of Modern Physics D Vol. 28, No.1, 1950018(2019)

	x	y	a	b	z	v
A-	x	$-\sqrt{x^2 - 1}$	0	0	0	0
A+	x	$\sqrt{x^2 - 1}$	0	0	0	0
B-	x	$-\sqrt{x^2 + 1}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
B+	x	$\sqrt{x^2 + 1}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
C-	$\frac{\sqrt{6}}{\lambda_1}$	$-\frac{\sqrt{6 - \lambda_1^2}}{\lambda_1}$	0	0	0	0
C+	$\frac{\sqrt{6}}{\lambda_1}$	$+\frac{\sqrt{6 - \lambda_1^2}}{\lambda_1}$	0	0	0	0
D-	$-\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{6}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}$	$-\frac{\lambda_1^2 \lambda_2}{\sqrt{6}(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}$	$\frac{\sqrt{6\lambda_2^4 - \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\lambda_2^2)}}{\sqrt{6}\sqrt{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}}$	$-\frac{\sqrt{\lambda_1^4 + \frac{1}{6}\lambda_2^2 \lambda_1^2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2)}$	0	0
E-	$-\frac{\sqrt{\lambda_2^2 + 6}}{\lambda_2}$	$\frac{\sqrt{6}}{\lambda_2}$	0	0	0	0
E+	$\frac{\sqrt{\lambda_2^2 + 6}}{\lambda_2}$	$\frac{\sqrt{6}}{\lambda_2}$	0	0	0	0

Tabel 4: Puncte critice model original

În urma aplicării teoriei stabilității liniare, constatam că am obținut 2 puncte critice originale, B+ și B-, în care

parametrul asociat ecuației de stare are o evoluție asimptotică către valoarea -1, adică un Univers în expansiune accelerată, fiind în acord cu datele observaționale.

	Ω_{matter}	$\Omega_{dark\ energy}$	w_{total}	$w_{dark\ energy}$
A-	0	1	1	1
A+	0	1	1	1
B-	0	1	-1	-1
B+	0	1	-1	-1
C-	0	1	1	1
C+	0	1	1	1
D-	0	1	$\frac{-\lambda_2^2 \lambda_1^2 - 3}{3(\lambda_1 - \lambda_2)}$	$\frac{-\lambda_2^2 \lambda_1^2 - 3\lambda_1^2 + 3\lambda_2^2}{3(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2)}$
E-	0	1	1	1
E+	0	1	1	1

Tabel 5: Puncte critice noul model

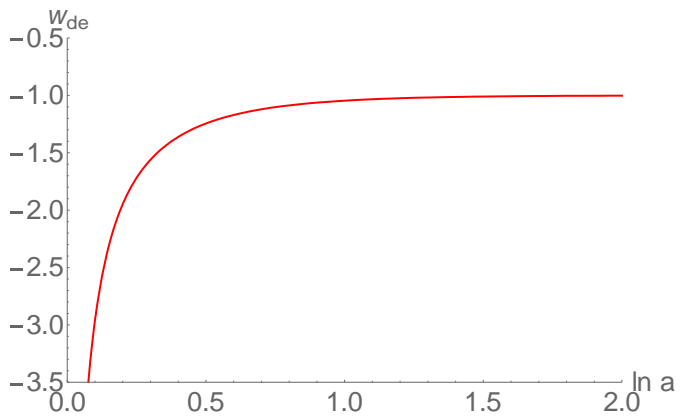


Figura 6: Punctul B-

5 Modele exotice

5.1 Caracteristici dinamice ale unui model de tip

$$f(R, G_{\mu\nu}T^{\mu\nu})^*$$

O extensie interesantă a acțiunii Einstein-Hilbert este reprezentată de teoriile de tip $f(R)$ [6]. Diverse lucrări [7] au considerat cuplaje între materie și geometrie, cum ar fi $f(R_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ [8]. Abordările moderne consideră cuplaje de tipul $f(R, G_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ [9]. Am extins acest model considerând o funcție care depinde de cuplajul dintre componentă geometrică și partea de materie.

Propunem următoarea acțiune:

$$S = \int d^4x \sqrt{-\hat{g}} [f(R) + g(\phi)] + \int d^4x L_m,$$

unde

$$\phi = G_{\mu\nu}T^{\mu\nu}$$

Obținem ecuațiile Friedmann modificate:

* M.Marcu, D.M. Ioan, Physical aspects of $f(R, G_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ modified gravity theories, Chinese Physics C Vol. 47, No. 10 (2023) 105103

$$f(R) - 6f_R(\dot{H} + H^2) + 6H\dot{f}_R = \rho_m - g(\phi)6\rho_m g_{,\phi}\dot{H}$$

$$f(R) - 2f_R(\dot{H} + 3H^2) + 2H\ddot{f}_R + 4H\dot{f}_R = -p_\phi$$

$$p_\phi = g(\phi) - 2g_{,\phi}[\rho_m(3H^2 + \dot{H}) + H\dot{\rho}_m] - 6H^2\rho_m(2\rho_m\dot{H} + H\dot{\rho}_m)g_{,\phi\phi}$$

Am obținut mai multe puncte critice interesante, dintre care unele conduc către dinamica de tip de-Sitter, ceea ce este în acord cu datele observaționale.

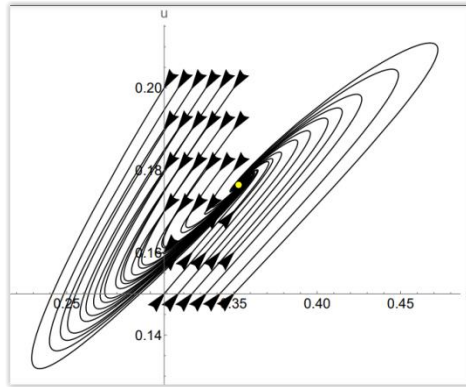


Figura 7: Evoluție către punctul Q5

5.2 Energia întunecată în modele de tip $F(G, T_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ *

În această secțiune, am propus un nou model, folosind cuplajul dintre invariantul Gauss-Bonnet și contracția tensorului de materie.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2} + F(G, T^2) \right] + \int d^4x L_m$$

$$F(G, T^2) = f(G) + g(T^2)$$

$$T^2 \equiv T_{\mu\nu}T^{\mu\nu}$$

$$G = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\xi\sigma}R^{\mu\nu\xi\sigma}$$

$$G = 24H^2(H^2 + \dot{H})$$

Ecuțiile Friedmann se pot scrie:

$$3H^2 = \rho + [Gf'(G) - f(G) - 24\dot{f}'(G)] + 2\frac{\partial g(T^2)}{T^2}(\rho^2 + 4\rho p + 3p^2) - g(T^2)$$

$$-3H^2 - 2H = p + [f(G) - Gf'(G) + 16(\dot{H} + H^2)\dot{f}'(G)] + g(T^2)$$

$$F(G, T_{\mu\nu}T^{\mu\nu}) = f_0 e^{\alpha G} + g_0 e^{\beta T^2}$$

*M. Marciu, D.M. Ioan, The accelerated expansion in $F(G, T_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ gravity, submitted, arXiv:2302.04186

Am obținut 4 puncte critice care reprezintă soluții de tip de-Sitter.

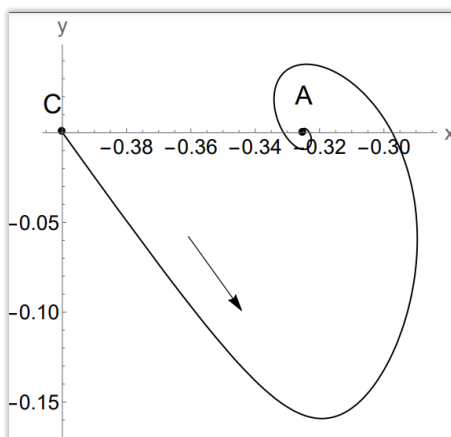


Figura 8: Evoluție către punctul critic A

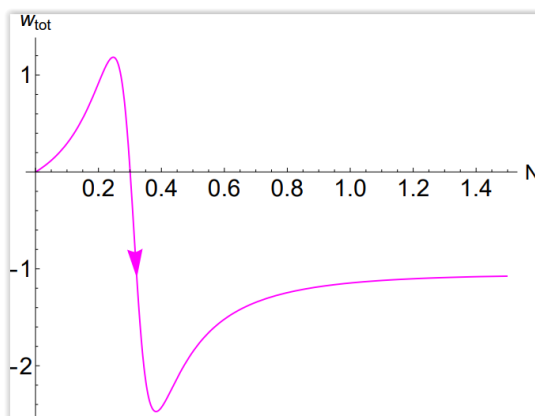


Figura 9: Evoluția parametrului asociat ecuației de stare

Concluzii

Această teză prezintă o introducere în cosmologie, prezentând în primul capitol noțiunile de bază.

În al doilea capitol sunt prezentate câteva observații și dovezi care au condus la introducerea materiei întunecate și a energiei întunecate.

Capitolul al treilea dezvoltă teoria sistemelor dinamice, un instrument matematic utilizat foarte mult de fizicienii din toate domeniile. În această teză, se pune accentul pe aplicarea teoriei sistemelor dinamice în diverse modele cosmologice.

Capitolul patru prezintă pe larg un model original de tip quintom, în care s-au obținut 2 puncte critice noi corespunzând unor scenarii de Univers în expansiune, ceea ce este în acord cu datele experimentale.

Capitolul cinci descrie două modele exotice, în care expansiunea accelerată se datorează cuplajului dintre partea de materie și partea geometrică.

În toate modelele propuse, s-a constatat compatibilitate cu datele observaționale, ceea ce face ca aceste modele să fie viabile pentru studiul fenomenului energiei întunecate.

Bibliografie

- [1] Hubble, E. P. (1929) Proc. Natl. Acad. Sci. USA 15, 168
- [2] J. S. Farnes, Astronom Astrophys. 620:A92. doi:10.1051/00046361/201832898, (2018)
- [3] Corbelli, E.; Salucci, P. (2000). "The extended rotation curve and the dark matter halo of M33". Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 311(2): 441–447.
- [4] S. Perlmutter et al, Nature 391, 51, (1998)
- [5] A.G. Riess et al, Astronom. J. 116, 1009, (1998)
- [6] S.Nojiri, S.D. Odintsov, physical Reports **505**, 59 (2011)
- [7] M. Sharif, T. Naseer, Chinese Journal of Physics **73**, 179 (2021)
- [8] J.L. Rosa, Phys Rev D **103**, 104069 (2021)
- [9] P. Asimakis, S. Basilakos, A. Lympiris, M. Petronikolou, E. N. Saridakis, Phys.Rev. D **107**, 104006 (2023)